**İST 355 Regresyon Çözümlemesi Dersi**

**Final Sınavı Soruları**

**Soru 1:** bir regresyon modelinde varsayımı altında, bilinmeyen parametre vektörü ’nın en küçük kareler (ekk) tahmin vektörü ve bağımlı değişkene ait tahmin vektörü ise olarak elde edilmektedir.

1. nın **β** cinsinden ifadesinin olduğunu gösteriniz. Burada (7p).
2. tahmin vektörünün vektörünün bir lineer dönüşümü olduğunu gösteriniz.(7p)
3. Beklenen değer ve varyans-kovaryans matrisi bulunuz.(10p)

**Soru 2:** Aşağıda verilen tablodaki verilere modelini uygulayarak

**Fiyat**

**Gelir**

**Tütün Miktarı**

59,20

65,40

62,30

64,70

67,40

64,40

68,00

73,40

75,70

70,70

76,2

91,7

106,7

111,6

119,0

129,2

143,4

159,6

180,00

193,0

23,50

24,40

32,10

32,40

31,10

34,10

35,30

38,70

39,60

46,70

1. Regresyon katsayılarının ekk tahminlerini bulunuz.(10p)
2. Tam model için regresyon kareler toplamı bulunuz.(7p)
3. Tam model için artık kareler toplamı ***AKT*** ve tahmin ediniz.(7p)
4. Modelin anlamlılığını test ediniz.(7p)
5. olmak üzere leri bulunuz.(7p)
6. olduğunda ortalama tütün miktarını tahmin ediniz. (6p)
7. Her iki küçültülmüş model için RKT ler ve olarak hesaplandığına göre ve ile simgelenen ilave kareler toplamlarını bulunuz.(12p)
8. hipotezini kısmi F-testi ile test ediniz. (12p)
9. Tam model için determinasyon katsayısını hesaplayınız.(8p)

**Başarılar**

**Prof. Dr. VR USLU**

**Cevaplar**

1.a. nın **β** cinsinden ifadesinin olduğunu gösteriniz. Burada (7p).

olduğu bilindiğinden bu eşitlikte yerine yazılırsa,

1.b. veriliyor. Öncelikle yerine yazılırsa

elde edilir. matrisi **X** açıklayıcı değişkenlerinin gözlemlerinden oluşan bir matris olduğundan bu ifade bir lineer dönüşüm ifadesidir.

1.c. **Beklenen değer** hesaplarken yukarıda elde edilen sonuçtan faydalanılabilir.

sabit değerli matris olduğundan beklenen değeri kendisidir. ise standart varsayımdan sıfır olduğu bilinmektedir. Öyleyse

Elde edilir.

**Tahmin vektörünün varyans-kovaryans matrisi** ise aşağıdaki gibi elde edilir.

matrisi sabit değerli matris olduğundan varyansı yok matrisi ise simetrik olduğundan transpozu kendisine eşittir. O halde

olduğu varsayımdan bilinmektedir**.** matrisi ise idempotent matristir yani karesi kendisine eşittir. O halde

dir.

2.a.

5,14223 0,0515610 -0,349180

0,05156 0,0011053 -0,005812

-0,34918 -0,0058123 0,032874

5,14223 0,0515610 -0,349180 = 62,1340

0,05156 0,0011053 -0,005812 0,2876

-0,34918 -0,0058123 0,032874 -0,9677

Elde edilir.

2.b. Tam model için regresyon kareler toplamı

=45254,1675-45050,9=203,26

2.c. Tam model için AKT=GKT-RKT dir. =228,896

AKT=228,896-203,26=25,636

AKO=AKT/s.d.= 25,636/(10-2-1)=3,66

2.d. Varyans analizi tablosu oluşturalım.

|  |
| --- |
| Değişim s.d KT KO F  Kaynağı |
| Regresyon 2 RKT=203,26 RKO=101,63 F=RKO/AKO=27,76 |
| Artık 7 AKT=25,636 AKO=3,66 |
| Genel 9 GKT=228,896 |

Regresyon modelinin anlamlılığı testinde hipotez  karşılık en az bir j için

Şeklinde kurulmaktadır. Hesaplanan F test istatistiğinin değeri 27.76 dır. Tablodan bulunacak kritik değer ile karşılaştırıldığında oldukça büyüktür. Bu ise H sıfır hipotezinin ret edilmesi ile sonuçlanır. Yani Y ve açıklayıcı değişkenler arasındaki ilişkiyi bu model temsil edebilmektedir.

2.e. Regresyon katsayılarının tahminlerine ilişkin varyans-kovaryans matrisi

dir. O halde yukarıdaki işlemlerde gerekli değerler bulunmuştur yerine yerleştirerek istenilene ulaşabiliriz.

=3,66\* 5,14223 0,0515610 -0,349180

0,05156 0,0011053 -0,005812

-0,34918 -0,0058123 0,032874

= 18,8206 0,188713 -1,27800

0,1887 0,004045 -0,02127

-1,2780 -0,021273 0,12032

=0,063

2.f. İstenilen bilgiye ulaşmak için tahmin denkleminde verilen değerler yerine konur.

de ve için verilen değerler yerine konulduğunda elde edilir.

2.g. ilave kareler toplamı için küçültülmüş model sonradan ilave edilecek değişken olduğu için küçültülmüş model sadece ile kurulan model olur. Tam modelin RKT sinden küçültülmüş modelin RKT si çıkartılarak hesaplanır. O halde ilgili ilave kareler toplamı

Olacaktır.

Aynı mantıkla

2.h. Verilen hipoteze göre sonradan ilave edilen değişken dir. O halde yi modele sonradan şlave ettiğimizde RKT de ortaya çıkan artış miktarı ilave kareler toplamı yani dir. Bu artış miktarının istatistiksel olarak anlamlılığı kısmi F ile test edilir. Bu testi varyans analizi tablosunda sunmak daha anlaşılırdır.

|  |
| --- |
| Değişim s.d KT KO F  Kaynağı |
| Regresyon(tam) 2 RKT=203,26 RKO=101,63 F=RKO/AKO=27,76 |
| Regr(küçültülmüş) 1 RKT(X1)=174,74 RKO(X1)=174,74 Fkısmi= =28,52/3,66=7,79  Regr(ilave) 1 RKT(X2/X1)=28,52 RK0(X2/X1)=28,52 |
| Artık 7 AKT=25,636 AKO=3,66 |
| Genel 9 GKT=228,896 |

Test istatistiği 7,79 olarak hesaplanır. Kritik değer tablodan bulunur. Test istatistiği kritik değerden büyük olduğu için H sıfır hipotezi ret edilir. Yani sonradan ilave edilen değişken bağımlı değişkenini açıklamada önemli bir değişkendir modelde olması gerekir.

2.i. Tam model için determinasyon katsayısı bulunur. Demek ki ve nin beraberce değişimi ile Y deki toplam değişimin %88,8 i açıklanmaktadır ki bu oldukça iyi bir yüzdedir.